
PENGUKURAN *BULLWHIP EFFECT* DENGAN MODEL AUTOREGRESSIVE

Tita Talitha

Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik

Universitas Dian Nuswantoro

Jalan Nakula I No. 5-11 Semarang

E-mail : tita@dosen.dinus.ac.id

Abstrak

Kurangnya informasi dapat menimbulkan distorsi informasi dimana salah satu akibatnya adalah variansi permintaan yang terjadi pada saluran supply chain. Bahkan variabilitas tersebut cenderung meningkat dari arah hilir ke hulu yang dinamakan fenomena bullwhip effect. Salah satu permasalahan dalam supply chain management yaitu bagaimana mengurangi pengaruh dari bullwhip effect tersebut. Dalam penelitian ini, pengukuran bullwhip effect dikembangkan dalam model autoregressive, AR(1). Hasil kuantitatif menunjukkan bahwa koefisien autoregressive dan lead time menimbulkan tumbukan yang cukup besar pada bullwhip effect.

Kata Kunci : *supply chain, bullwhip effect, AR(1)*

Pendahuluan

Pertumbuhan industri yang semakin kompetitif menyebabkan munculnya banyak pemain-pemain baru di dunia industri. Beberapa perusahaan sekarang ini menggunakan strategi menjaga rantai pasok (*supply chain*) dalam menguasai ataupun mempertahankan pasar. Namun dalam prakteknya banyak ditemui kendala dalam penerapan sistem *supply chain*. Kendala yang sering muncul adalah adanya kesalahan informasi yang diterima dimana salah satu akibatnya adalah adanya ketidakpastian *stock* yang terjadi pada *supply chain channel*.

Variabilitas cenderung meningkat dari arah hilir ke hulu (dari *customer* ke *supplier*), dimana hal tersebut muncul sebagai suatu fenomena yang disebut dengan *bullwhip effect*. *Bullwhip effect* merupakan hambatan bagi perusahaan dalam menerapkan strategi *Supply Chain Management* (SCM). Lee et. al (1997) mengidentifikasi 4 penyebab utama dari *bullwhip effect* yaitu *demand forecasting updating, order batching, price fluctuation, dan rationing & shortage gaming*. Warburton, et. al (2004) dalam proyeknya menyebutkan bahwa *bullwhip effect* merupakan masalah yang sangat signifikan di berbagai jenis perusahaan dan industri. *Bullwhip effect* juga menyebabkan meningkatnya biaya karena menimbulkan kelebihan *inventory*, ketidakpuasan konsumen dan ketidakpastian rencana produksi (Diana Yan Wu dan Elena K, 2006). Moyaux et. al (2006) menyatakan *bullwhip effect* juga menyebabkan tidak adanya efisiensi dalam *supply chain*, yang selanjutnya juga akan meningkatkan biaya. *Bullwhip effect* juga cenderung menimbulkan *dysfunctional outcomes*.

Meskipun sumber utama yang menyebabkan *bullwhip effect* telah diidentifikasi, kuantifikasi *bullwhip effect* masih menjadi tantangan bagi banyak peneliti. Dalam penelitian ini, pengaruh koefisien AR(1) dan *lead time* dalam pengukuran *Bullwhip Effect* (BE) akan diketahui melalui analisis model autoregressive.

Metode Penelitian

Tahapan formulasi model pengukuran *bullwhip effect* menggunakan model AR(1) (Luong, 2007) dengan tahapan sebagai berikut :

- a. Deskripsi sistem
- b. Proses permintaan
- c. Penentuan peramalan permintaan saat L
- d. Penentuan standar deviasi kesalahan peramalan permintaan saat L
- e. Penentuan variansi order quantity. Selanjutnya menganalisis pengaruh koefisien AR(1) dan *lead time*

Hasil Dan Pembahasan

Model pengukuran BE yang dilakukan yaitu menggunakan model autoregressive, AR(1). Ukuran BE dikembangkan pada satu retailer dan satu supplier dimana retailer menetapkan kebijakan stock dan peramalan permintaan.

Notasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

D_t : Permintaan pada periode t

q_t : Order quantity pada awal periode t

S_t : *Order-up-to-level* pada awal periode t

ϕ : Koefisien autokorelasi order pertama

δ : Konstanta model AR

μ_d : Mean proses autoregressive yang digunakan untuk menjelaskan proses permintaan

σ_d^2 : Variansi permintaan

L : *Lead time order*

D_t^L : Permintaan saat L (*Lead Time*)

\hat{D}_t^L : Peramalan permintaan saat L

$\hat{\sigma}_t^L$

σ_t : Standar deviasi kesalahan peramalan permintaan saat L

ε_t : Kesalahan peramalan pada periode t

Tahapan formulasi model sebagai berikut :

Diskripsi Sistem

Dengan mempertimbangkan kebijakan *inventory* persamaan *order quantity* (q_t) pada awal periode t adalah :

$$q_t = S_t - S_{t-1} + D_{t-1} \quad (1)$$

Jika kebijakan *inventory* digunakan, S_t dapat ditentukan melalui permintaan saat L adalah :

$$S_t = \hat{D}_t^L + z\hat{\sigma}_t^L \quad (2)$$

Proses Permintaan

Diasumsikan bahwa permintaan dimodelkan dengan model AR(1).

$$D_t = \delta + \phi D_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Dimana ε_t ($t=1,2,\dots$) variabel random berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 . Untuk proses AR(1) yang stasioner maka :

$$E(D_t) = E(D_{t-1}) = \mu_d$$

Oleh karena itu dari persamaan diperoleh :

$$\mu_d = \frac{\delta}{1-\phi} \quad (4)$$

Dari persamaan (3) juga diperoleh :

$$\sigma_d^2 = \phi^2 \sigma_d^2 + \sigma^2 \quad (5)$$

Dari persamaan (4) dan (5), dapat dilihat bahwa *order* untuk proses permintaan yang stasioner, maka $|\phi| < 1$.

Penentuan Peramalan Permintaan Saat L

Permintaan saat L ditulis sebagai berikut :

$$D_t^L = D_t + D_{t+1} + \dots + D_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} D_{t+i} \quad (6)$$

$$\hat{D}_t^L = \hat{D}_t + \hat{D}_{t+1} + \dots + \hat{D}_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} \hat{D}_{t+i} \quad (7)$$

Untuk proses AR(1), \hat{D}_t dapat ditentukan :

$$\begin{aligned} \hat{D}_{t+i} &= E[D_{t+i} | D_{t-1}, D_{t-2}, \dots] \\ \hat{D}_{t+i} &= \mu_d (1 - \phi^{i+1}) + \phi^{i+1} D_{t-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Selanjutnya akan menghasilkan :

$$D_{t+i} = \delta + \phi D_{t+i-1} + \varepsilon_{t+i}$$

Jika D_{t+i-1} dinyatakan dalam D_{t+i-2} , maka :

$$D_{t+i-1} = \delta + \phi D_{t+i-2} + \varepsilon_{t+i-1}$$

Kemudian :

$$D_{t+i} = \delta(1 + \phi) + \phi^2 D_{t+i-2} + \phi \varepsilon_{t+i-1} + \varepsilon_{t+i}$$

Menggunakan prosedur di atas diperoleh :

$$D_{t+i} = \delta(1 + \phi + \dots + \phi^i) + \phi^{i+1} D_{t-1} + \varepsilon_{t+i} + \phi \varepsilon_{t+i-1} + \dots + \phi^i \varepsilon_t$$

Selanjutnya :

$$\hat{D}_{t+i} = E[D_{t+i} | D_{t-1}, D_{t-2}, \dots] = \delta(1 + \phi + \dots + \phi^i) + \phi^{i+1} D_{t-1} = \delta \frac{1 - \phi^{i+1}}{1 - \phi} + \phi^{i+1} D_{t-1} = \mu_d (1 - \phi^{i+1}) + \phi^{i+1} D_{t-1}$$

Selanjutnya diperoleh :

$$\hat{D}_t^L = \mu_d \sum_{i=0}^{L-1} (1 - \phi^{i+1}) + D_{t-1} \sum_{i=0}^{L-1} \phi^{i+1} = \mu_d \left(L - \frac{\phi(1 - \phi^L)}{1 - \phi} \right) + \frac{\phi(1 - \phi^L)}{1 - \phi} D_{t-1} \quad (9)$$

Penentuan Standar Deviasi Kesalahan Peramalan Permintaan Saat L

Pada tahap ini, pernyataan variansi dari kesalahan peramalan permintaan saat L akan dikembangkan. Didefinisikan :

$$\left(\hat{\sigma}_t^L \right)^2 = \text{VAR} \left(D_t^L - \hat{D}_t^L \right)$$

Dan untuk kesalahan peramalan adalah :

$$\begin{aligned} D_t^L - \hat{D}_t^L &= \left(D_t - \hat{D}_t \right) + \left(D_{t+1} - \hat{D}_{t+1} \right) + \dots + \left(D_{t+L-1} - \hat{D}_{t+L-1} \right) \\ &= e_t + e_{t+1} + e_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} e_{t+i} \end{aligned}$$

Dari persamaan (8) dapat ditentukan :

$$e_{t+i} = D_{t+i} - \hat{D}_{t+i} = \varepsilon_{t+i} + \beta \varepsilon_{t+i-1} + \dots + \beta^i \varepsilon_t = \sum_{j=0}^i \varepsilon_{t+j} \beta^{i-j}$$

$$\text{Dimana : } D_t^L - \hat{D}_t^L = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^i \varepsilon_{t+j} \phi^{i-j} = D_t^L - \hat{D}_t^L = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-i-1} \varepsilon_{t+i} \phi^j = \sum_{i=0}^{L-1} \varepsilon_{t+i} \frac{1-\phi^{L-i}}{1-\phi}$$

Maka diperoleh :

$$\text{VAR} \left(D_t^L - \hat{D}_t^L \right) = \sum_{i=0}^{L-1} \left(\frac{1-\phi^{L-i}}{1-\phi} \right)^2 \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{(1-\phi)^2} \sum_{i=0}^{L-1} (1-\phi^{L-i})^2$$

$$\text{VAR} \left(D_t^L - \hat{D}_t^L \right) = \frac{\sigma_d^2 (1+\phi)}{(1-\phi)} \sum_{i=1}^L (1-\phi^i)^2$$

Sehingga variansi dari kesalahan peramalan permintaan saat L tidak tergantung pada t dan ditentukan oleh :

$$\left(\hat{\sigma}_t^L \right)^2 = \frac{\sigma_d^2 (1+\phi)}{1-\phi} \sum_{i=1}^L (1-\phi^i)^2 \quad (10)$$

Penentuan Variansi *Order Quantity*

Dari persamaan (1) dan persamaan (2) didapatkan :

$$q_t = S_t - S_{t-1} + D_{t-1} = \left(\hat{D}_t + z \hat{\sigma}_t \right) - \left(\hat{D}_{t-1} + z \hat{\sigma}_{t-1} \right) + D_{t-1} = \left(\hat{D}_t - \hat{D}_{t-1} \right) + D_{t-1}$$

$$\text{Dari persamaan (9), } q_t \text{ didefinisikan : } q_t = \frac{1-\phi^{L+1}}{1-\phi} D_{t-1} - \frac{\phi(1-\phi^L)}{1-\phi} D_{t-2}$$

$$\text{Jadi, } \text{VAR}(q_t) = \left(\frac{1-\phi^{L+1}}{1-\phi} \right)^2 \text{VAR}(D_{t-1}) + \frac{\phi^2(1-\phi^L)^2}{(1-\phi)^2} \text{VAR}(D_{t-2}) - 2 \frac{1-\phi^{L+1}}{1-\phi} \frac{\phi(1-\phi^L)}{1-\phi} \text{COV}(D_{t-1}, D_{t-2})$$

Dengan ketentuan bahwa : $\text{VAR}(D_{t-1}) = \text{VAR}(D_{t-2}) = \sigma_d^2$

$$\text{COV}(D_{t-1}, D_{t-2}) = \phi \sigma_d^2$$

Maka :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(q_t) &= \left(\frac{1-\phi^{L+1}}{1-\phi} \right)^2 \sigma_d^2 + \frac{\phi^2(1-\phi^L)^2}{(1-\phi)^2} \sigma_d^2 - 2 \frac{1-\phi^{L+1}}{1-\phi} \frac{\phi(1-\phi^L)}{1-\phi} \phi \sigma_d^2 \\ &= \frac{(1-\phi^{L+1})^2 + \phi^2(1-\phi^L)^2 - 2\phi^2(1-\phi^{L+1})(1-\phi^L)}{(1-\phi)^2} \sigma_d^2 = \frac{(1+\phi) - 2\phi^{L+1}(1+\phi) + 2\phi^{2L+2}}{1-\phi} \sigma_d^2 \end{aligned}$$

$$\text{VAR}(q_t) = \frac{(1+\phi)(1-2\phi^{L+1}) + 2\phi^{2L+2}}{1-\phi} \sigma_d^2$$

Sehingga variansi dari *order quantity* pada periode t dapat ditentukan dengan persamaan (11) berikut ini :

$$\text{VAR}(q_t) = \frac{(1+\phi)(1-2\phi^{L+1}) + 2\phi^{2L+2}}{1-\phi} \sigma_d^2 \quad (11)$$

Dengan mengetahui variansi *order quantity*, maka *bullwhip effect* dapat dievaluasi. Oleh karena itu, ukuran *bullwhip effect* dapat dinyatakan sebagai rasio variansi *order quantity* dengan variansi permintaan. Sehingga ukuran *bullwhip effect* dapat ditentukan dengan :

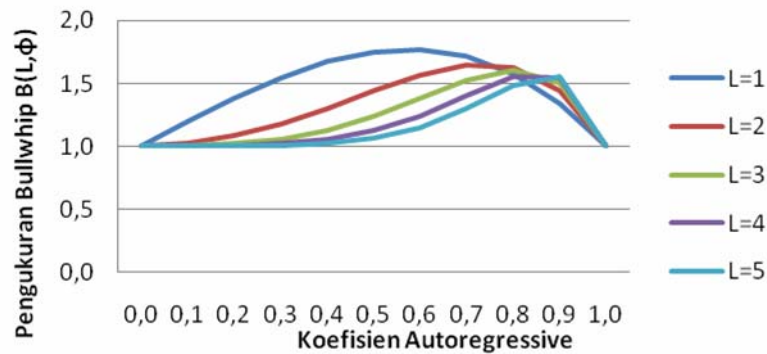
$$B(L, \phi) = \frac{VAR(q_t)}{\sigma_d^2} = \frac{(1 + \phi)(1 - 2\phi^{L+1}) + 2\phi^{2L+2}}{1 - \phi} \quad (12)$$

Pengaruh Koefisien AR(1) dan Lead Time

Dimana $f_i(L, \phi) = 2\phi^i(1 - \phi^{L+1})$ ($i = 1, 2, \dots, L$) dapat dikembangkan dengan tahapan sebagai berikut:

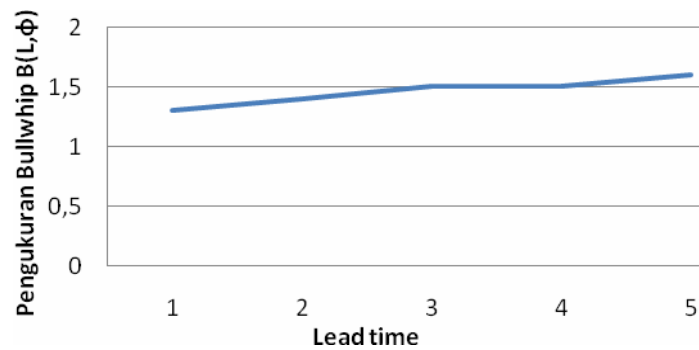
$$\begin{aligned} B(L, \phi) &= \frac{(1 + \phi)(1 - 2\phi^{L+1}) + 2\phi^{2L+2}}{1 - \phi} = \frac{1 + \phi - 2\phi^{L+1} - 2\phi^{L+2}(1 - \phi^L)}{1 - \phi} \\ &= \frac{(1 - \phi)(1 + 2\phi + 2\phi^2 + \dots + 2\phi^L) - 2\phi^{L+2}(1 - \phi)(1 + \phi + \phi^2 + \dots + \phi^{L-1})}{1 - \phi} \\ &= (1 + 2\phi + 2\phi^2 + \dots + 2\phi^L) - 2\phi^{L+2}(1 + \phi + \phi^2 + \dots + \phi^{L-1}) \\ B(L, \phi) &= 1 + \sum_{i=1}^L 2\phi^i(1 - \phi^{L+1}) \end{aligned} \quad (13)$$

Analisis mengenai perilaku model diperlukan untuk mengetahui pengaruh atau efek parameter autoregressive dan *lead time* pada pengukuran *bullwhip*. Untuk analisis perilaku model ini didefinisikan bahwa terjadi *bullwhip effect* jika nilai $B(L, \phi)$ adalah >1 . Dari persamaan tersebut, interval nilai koefisien ϕ yang digunakan adalah $0 < \phi < 1$. Selanjutnya perilaku model tersebut dapat dilihat dengan mengetahui pengaruh parameter AR pada pengukuran *bullwhip* seperti pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Efek koefisien autoregressive pada $B(L, \phi)$

Untuk mengetahui pengaruh *lead time* pada $B(L, \phi)$ dengan menggunakan $\phi=0.9$ akan menghasilkan Gambar 2 seperti berikut.



Gambar 2. Efek *lead time* pada $B(L, \phi)$

Kesimpulan

Penelitian ini menyelidiki supply chain sederhana dengan satu retailer dan satu supplier dimana retailer mempekerjakan inventory berdasar kebijakan stock. Hasil kuantitatif untuk autoregressive menunjukkan bahwa koefisien autoregressive dan *lead time* mempunyai tumbukan yang cukup besar pada BE. Ketika koefisien autoregressive bernilai positif terjadi BE dan akan meningkat ketika *lead time* naik.

Daftar Pustaka

- [1] Diana, Yan Wu., dan E. Katok., 2006, Learning, communication, and the bullwhip effect. *Journal of Operations Management*, 246, 839-850.
- [2] I Nyoman Pujawan., 2005, *Supply Chain Management*. Surabaya, Guna Widya.
- [3] Lee, H., P. Padmanabhan and S. Whang., 1997, Information distortion in a supply chain: The bullwhip effect. *Management Science*, 43, 546-58.
- [4] Moyaux, T., B., Chaib-draa, S., D'Amours., 2006, *Information Sharing as Mechanism for Reducing the Bullwhip Effect In A Supply Chain*. National Science and Engineering Research. University Laval, Quebec City, Quebec, Canada.
- [5] Warburton, R. D. H., 2004, An analytical investigation of the bullwhip effect. *Journal of Production and Operations Management*, 13 no. 2, 150-160.