# KAJIAN SEJUMLAH METODE UNTUK MENGHITUNG INTEGRAL TENTU SECARA NUMERIK

**Mulyono* dan Muhammad Eka Suryana**
Program Studi Ilmu Komputer FMIPA UNJ, Jln. Rawamangun Muka, Jakarta 13220.
*Email : mulyono@unj.ac.id, eka-suryana@unj.ac.id

**Abstrak**

*Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan sejumlah metode untuk menghitung integral-integral tertentu secara numerik, khususnya untuk fungsi-fungsi yang rumit maupun fungsi yang ditabulasikan yaitu fungsi f(x) tidak diketahui secara eksplisit, diantaranya adalah kelompok metode pias atau metode kuadratur yaitu : Metode Segiempat dan Metode Titik Tengah serta kelompok metode Newton-Cotes, yaitu Metode Simpson 1/3. Dua faktor utama yang paling penting untuk dipertimbangkan dalam membandingkan metode-metode tersebut adalah akurasi penyelesaian numerik dan waktu komputasinya. Dalam penelitian ini digunakan software Microsoft Excel sebagai alat untuk membantu penghitungannya. Hasil dari penelitian ini adalah bahwa dari 3 metode integrasi yang dibandingkan, metode Simpson 1/3 adalah yang paling baik.*

*Kata kunci : Metode Segiempat, Metode Titik Tengah, Metode Newton-Cotes, Metode Simpson 1/3*

## 1. PENDAHULUAN

Salah-satu masalah yang sering dijumpai pada bidang sains dan teknik adalah masalah untuk menghitung integral tentu dari fungsi yang rumit atau fungsi yang ditabulasikan dan fungsi f(x) nya tidak diketahui secara eksplisit (Klusalaas, 2005 ; Munir, 2013). Untuk mendapatkan hasil dari $\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$ , manakala f(x) adalah fungsi yang rumit atau fungsi yang ditabulasikan dan fungsi f(x) nya tidak diketahui secara eksplisit adalah sangat sulit bahkan tidak mungkin bisa diselesaikan secara analitik, sehingga diperlukan metode lain yaitu penyelesaian secara numerik atau dikenal dengan integral numerik (Conte & Boor, 1992; Munir, 2013).

Untuk menghitung integral tentu dari $\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$ ada banyak metode, diantaranya kelompok metode pias atau metode kuadratur yaitu : Metode Segiempat, Metode Trapesium dan Metode Titik Tengah serta kelompok metode Newton-Cotes, yaitu: Metode Trapesium dan Metode Simpson 1/3.

## 2. METODOLOGI

Pelaksanaan penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut:

a. Menyiapkan sejumlah fungsi f(x) yang akan dihitung nilai integral tertentunya pada suatu batas integral tertentu dengan menggunakan 3 metode yang akan digunakan yaitu : metode Segiempat, metode Titik Tengah dan metode Simpson 1/3.
b. Melakukan eksperimen terhadap 3 metode dengan menggunakan sejumlah fungsi f(x) baik yang bisa diintegralkan secara analitik ataupun tidak, dengan menggunakan batas integral yang sama, sehingga hasil integral dari ketiga metode tersebut bisa dibandingkan.
c. Melakukan evaluasi terhadap hasil-hasil uji coba yang dilakukan. Parameter yang digunakan untuk melakukan evaluasi kinerja dari ketiga metode tersebut adalah akurasi penyelesaian numerik.

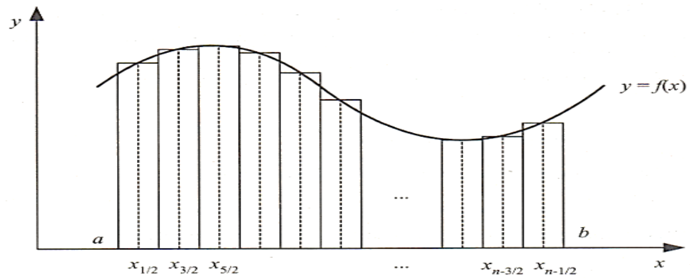
## 3. LANDASAN TEORI

Pada penelitian ini akan dibahas sejumlah metode untuk menghitung $\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$ , manakala f(x) adalah fungsi yang rumit atau fungsi yang ditabulasikan dan fungsi f(x) nya tidak diketahui secara eksplisit. Metode-metode yang akan dibahas dan dibandingkan adalah :Metode Segiempat, Metode Titik Tengah dan Metode Simpson 1/3.

ISBN 978-602-52386-5-9

### 1.1. Metode Segiempat

Gambar 1 menunjukkan suatu daerah di bawah kurva y=f(x) yang dipartisi menjadi sejumlah partisi atau pias.




**Gambar 1. Luasan di bawah kurva y=f(x) dipartisi menjadi n pias**

Perhatikan pias pertama, yaitu pias paling kiri.

Luas 1 pias (dengan tinggi pias $f(x_0)$ ) adalah: $\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h\,f(x_0)$ (1)

Atau luasnya ( dengan tinggi pias $f(x_1)$ ) adalah : $\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = h\,f(x_1)$ (2

Sehingga luas 1 pias, yaitu pias paling kiri

$$= \int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = \frac{h\,f(x_0)+h\,f(x_1)}{2} \tag{3}$$

Dengan metode Segiempat, maka luas dari n pias :

$$I = \int_a^b f(x)\,dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx + \cdots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)\,dx$$

$$= h.\frac{f(x_1)+f(x_0)}{2} + h.\frac{f(x_2)+f(x_1)}{2} + \cdots + h.\frac{f(x_n)+f(x_{n-1})}{2}$$

$$= \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{2}}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right], \tag{4}$$

dengan: h = lebar pias, n = banyak pias (Conte & Boor, 1992; Karris, 2007; Munir, 2013).

### 1.2. Metode Titik Tengah

Perhatikan luasan pada selang [a, b] yang dibagi menjadi n pias yang masing-masing berbentuk persegipanjang seperti gambar 1.

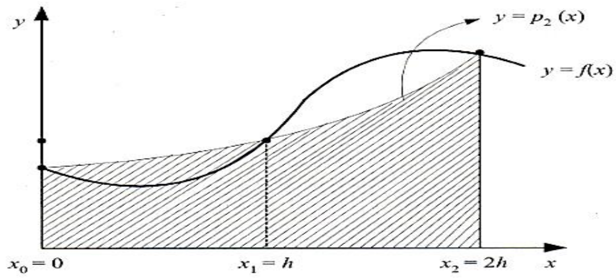
Luas daerah yang dibatasi oleh y = f(x), y = 0, x = a dan x = b pada gambar 1 adalah:

$$\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \mathbf{f(x)\,dx} = \int_{\mathbf{x_0}}^{\mathbf{x_1}} \mathbf{f(x)\,dx} + \int_{\mathbf{x_1}}^{\mathbf{x_2}} \mathbf{f(x)\,dx} + \cdots + \int_{\mathbf{x_{n-1}}}^{\mathbf{x_n}} \mathbf{f(x)\,dx}$$

$$= \mathbf{hf}(\boldsymbol{x_{1/2}}) + \mathbf{hf}(\boldsymbol{x_{3/2}}) + \ldots + \mathbf{hf}(\boldsymbol{x_{n-1/2}}) \text{ (Munir,2013).} \tag{5}$$

### 1.3. Metode Simpson 1/3

Hampiran nilai integral yang lebih baik dapat ditingkatkan menggunakan polinom interpolasi derajat yang lebih tinggi, misalkan fungsi f(x) dihampiri dengan polinom interpolasi derajat 2 yang grafiknya berbentuk parabola (Yang,2005;Otto & Denier,2005). Luas daerah yang dihitung sebagai hampiran nilai integral adalah daerah di bawah parabola seperti Gambar 2




**Gambar 2. Metode Simpson 1/3**

Polinom interpolasi Newton-Gregory derajat 2 yang melalui 3 titik seperti gambar 2 adalah:

$$p_2(x) = f(x_0) + \frac{x}{h}\Delta f(x_0) + \frac{x(x-h)}{2!h^2}\Delta^2 f(x_0) = f_0 + \frac{x}{h}\Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2}\Delta^2 f_0. \quad (6)$$

$p_2(x) = f_0 + \frac{x}{h}\Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2}\Delta^2 f_0$ diintegralkan didalam interval [0,2h] sebagai berikut:

$$\int_0^{2h} \mathbf{f(x)\, dx} \approx \int_0^{2h} \boldsymbol{p_2(x)}\, \mathbf{dx} \ (7)$$

$$\approx \int_0^{2h} \left( f_0 + \frac{x}{h}\Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!\,h^2}\Delta^2 f_0 \right) \mathbf{dx}$$

$$\approx f_0 x + \frac{x^2}{2h}\Delta f_0 + \left( \frac{x^3}{6h^2} - \frac{x^2}{4h} \right) \Delta^2 f_0 \Bigg| \begin{matrix} x = 2h \\ x = 0 \end{matrix}$$

$$\approx \boldsymbol{2h} f_0 + 2h\Delta f_0 + \left( \frac{4h}{3} - h \right) \Delta^2 f_0$$

$$\approx \boldsymbol{2h} f_0 + 2h\Delta f_0 + \frac{h}{3}\Delta^2 f_0 \quad (7)$$

$$\Delta f_0 = f_1 - f_0 \quad (8)$$

$$\Delta^2 f_0 = \Delta f_1 - \Delta f_0 = f_2 - f_1 - (f_1 - f_0) = f_2 - 2f_1 + f_0 \quad (9)$$

Sehingga :

$$\int_0^{2h} \boldsymbol{p_2(x)}\, \mathbf{dx} \approx \boldsymbol{2h} f_0 + 2h\Delta f_0 + \frac{h}{3}\Delta^2 f_0$$

$$\approx \boldsymbol{2h} f_0 + 2h(f_1 - f_0) + \frac{h}{3}(f_2 - 2f_1 + f_0)$$

$$\approx \frac{h}{3} f_0 + \frac{4h}{3} f_1 + \frac{h}{3} f_2$$

$$\approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) \quad (10)$$

Sehingga didapatkan :

$$\int_a^b \mathrm{f(x)\, dx} \approx \int_{x_0}^{x_2} \mathrm{f(x)\, dx} + \int_{x_2}^{x_4} \mathrm{f(x)\, dx} + \cdots . + \int_{x_{n-2}}^{x_n} \mathrm{f(x)\, dx}$$

$$\approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4) + \cdots . + \frac{h}{3}(f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

ISBN 978-602-52386-5-9

$$\approx \frac{h}{3}\left(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \cdots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n\right)$$

(Conte & Boor, 1992; Klusalaas, 2005; Munir, 2013; Sianipar, 2013) (11)

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan diberikan sejumlah soal integral tertentu yang bisa diselesaikan secara analitik maupun soal integral tertentu yang cukup rumit ataupun berupa fungsi yang ditabulasikan, yaitu nilai dari x dan f(x) pasangannya diberikan pada sejumlah titik diskrit. Berikut ini soal-soalnya:

1. Hitunglah integral $\int_2^4 e^{5x}\,dx$ secara : (a).Analitik, (b).Numerik, yaitu dengan menggunakan metode : Segiempat, Titik Tengah dan Simpson $\frac{1}{3}$ yang menggunakan h = 0,2 dan 0,1.
2. Hitunglah integral $\int_3^5 e^{\sqrt{x}}\, x^{2/3}(x-3)\,dx$ secara numerik, yaitu dengan menggunakan metode : Segiempat, Titik Tengah dan Simpson $\frac{1}{3}$ yang menggunakan banyak pias (n) = 10.
3. Diberikan data seperti tabel 1 di bawah ini:

**Tabel 1. Data dari $\mathbf{f(x_i) = f_i}$**

| **i** | $\mathbf{x_i}$ | $\mathbf{f(x_i)} = f_i$ |
|---|---|---|
| 0 | 0,5 | 0,7788 |
| 1 | 0,6 | 0,7788 |
| 2 | 0,7 | 0,6126 |
| 3 | 0,8 | 0,5273 |
| 4 | 0,9 | 0,4449 |
| 5 | 1 | 0,3679 |
| 6 | 1,1 | 0,2982 |
| 7 | 1,2 | 0,2369 |
| 8 | 1,3 | 0,1845 |
| 9 | 1,4 | 0,1409 |
| 10 | 1,5 | 0,1054 |

Hitunglah integral tertentu $\int_{0,5}^{1,5} \mathbf{f(x)dx}$ secara numerik, yaitu dengan menggunakan metode Segiempat, Titik Tengah dan Simpson $\frac{1}{3}$ yang datanya diberikan pada tabel 1 di atas. Untuk jawaban dari soal-soal di atas adalah sebagai berikut :

**Jawaban dari soal nomor 1:**

**a.** Jawaban secara analitik dari $\int_2^4 \mathbf{e^{5x}\,dx}$ adalah : $\int_2^4 \mathbf{e^{5x}\,dx} = \frac{1}{5}\, e^{5x}\Big|_2^4 = \frac{1}{5}\, e^{20} - \frac{1}{5}\, e^{10} =$ 97.028.633,788799

b. Jawaban secara numerik dari $\int_2^4 \mathbf{e^{5x}\,dx}$ adalah :

**Solusi untuk h = 0,2**.

- Metode Segiempat :

$$\int_2^4 e^{5x}\,dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_{10}) + 2\sum_{i=1}^{9} f(x_i)\right] \text{ dengan } f(x) = e^{5x} \text{ dan h = 0,2}$$

**Tabel 2. Nilai dari $\mathbf{f(x_i) = f_i}$, $\mathbf{f(x) = e^{5x}}$.**

| i | $x_i$ | $f(x_i) = f_i$ |
|---|---|---|
| 0 | 2 | 22026,465795 |
| 1 | 2,2 | 59874,141715 |
| 2 | 2,4 | 162754,791419 |
| 3 | 2,6 | 442413,392009 |
| 4 | 2,8 | 1202604,284165 |
| 5 | 3 | 3269017,372472 |
| 6 | 3,2 | 8886110,520508 |
| 7 | 3,4 | 24154952,753576 |
| 8 | 4,6 | 65659969,137331 |
| 9 | 3,8 | 178482300,963189 |
| 10 | 4 | 485165195,409794 |

Jadi $\int_2^4 e^{5x}\,dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_{10}) + 2\sum_{i=1}^{9} f(x_i)\right] = \frac{0,2}{2}[f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + 2f_4 + 2f_5 + 2f_6 + 2f_7 + 2f_8 + 2f_9 + f_{10}]$ = 104.982.721,658835.

- Metode Titik Tengah:

  Dengan metode Titik tengah, maka $\int_2^4 e^{5x}\,dx = hf(x_{1/2}) + hf(x_{3/2}) + \ldots + hf(x_{19/2})$

**Tabel 3. Nilai dari $\mathbf{f(x_i) = f_i}$, $\mathbf{f(x) = e^{5x}}$**

| $i/2$ | $x_{i/2}$ | $f(x_{i/2})$ |
|---|---|---|
| 0,5 | 2,1 | 36315,502674 |
| 1,5 | 2,3 | 98715,771011 |
| 2,5 | 2,5 | 268337,286521 |
| 3,5 | 2,7 | 729416,369848 |
| 4,5 | 2,9 | 1982759,263538 |
| 5,5 | 3,1 | 5389698,476283 |
| 6,5 | 3,3 | 14650719,428954 |
| 7,5 | 3,5 | 39824784,397577 |
| 8,5 | 4,7 | 108254987,750232 |
| 9,5 | 3,9 | 294267566,041511 |

Sehingga $\int_2^4 e^{5x}\,dx = 0,2[f(x_{0,5}) + f(x_{1,5}) + f(x_{2,5}) + f(x_{3,5}) + f(x_{4,5}) + f(x_{5,5}) + f(x_{6,5}) + f(x_{7,5}) + f(x_{8,5}) + f(x_{9,5})]$ = 93.100.660,057629

- Metode Simpson $\mathbf{\frac{1}{3}}$:

  Dengan menggunakan metode Simpson $\mathbf{\frac{1}{3}}$, maka:

  $$\int_2^4 \mathbf{e^{5x}\,dx} = \frac{h}{3}\,(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + 4f_5 + 2f_6 + 4f_7 + 2f_8 + 4f_9 + f_{10}).$$

  Dengan menggunakan data pada tabel 1, maka :

ISBN 978-602-52386-5-9

$\int_2^4 e^{5x}\, dx = \frac{0,2}{3}\,(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + 4f_5 + 2f_6 + 4f_7 + 2f_8 + 4f_9 + f_{10}) =$ 97.509.622,255618.

**Solusi untuk h = 0,1**.

- Metode Segiempat :

$\int_2^4 e^{5x}\, dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_{20}) + 2\sum_{i=1}^{19} f(x_i)\right]$ dengan $f(x) = e^{5x}$ dan h = 0,1.

**Tabel 4. Nilai dari $\mathbf{f(x_i) = f_i}$, $\mathbf{f(x) = e^{5x}}$**

| $x_i$ | $f(x_i) = f_i$ | $x_i$ | $f(x_i) = f_i$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 22026,465795 | 3,1 | 5389698,476283 |
| 2,1 | 36315,502674 | 3,2 | 8886110,520508 |
| 2,2 | 59874,141715 | 3,3 | 14650719,428954 |
| 2,3 | 98715,771011 | 3,4 | 24154952,753575 |
| 2,4 | 162754,791419 | 3,5 | 39824784,397576 |
| 2,5 | 268337,286521 | 3,6 | 65659969,137331 |
| 2,6 | 442413,392009 | 3,7 | 108254987,750231 |
| 2,7 | 729416,369848 | 3,8 | 178482300,963188 |
| 2,8 | 1202604,284165 | 3,9 | 294267566,041510 |
| 2,9 | 1982759,263538 | 4 | 485165195,409792 |
| 3 | 3269017,372472 | | |

Jadi $\int_2^4 e^{5x}\, dx = \frac{0,1}{2}[f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + 2f_4 + 2f_5 + 2f_6 + 2f_7 + 2f_8 + 2f_9 + 2f_{10} + 2f_{11} + 2f_{12} + 2f_{13} + 2f_{14} + 2f_{15} + 2f_{16} + 2f_{17} + 2f_{18} + 2f_{19} + f_{20}] =$ 99.041.690,858232.

- Metode Titik Tengah:

Dengan metode Titik tengah, maka $\int_2^4 e^{5x}\, dx = hf(x_{1/2}) + hf(x_{3/2}) + \ldots + hf(x_{39/2})$

**Tabel 5. Nilai dari $\mathbf{f(x_i) = f_i}$, $\mathbf{f(x) = e^{5x}}$**

| $x_i$ | $f(x_i) = f_i$ | $x_i$ | $f(x_i) = f_i$ |
|---|---|---|---|
| 2,05 | 28282,541920 | 3,05 | 4197501,393848 |
| 2,15 | 46630,028454 | 3,15 | 6920509,831831 |
| 2,25 | 76879,919765 | 3,25 | 11409991,763828 |
| 2,35 | 126753,559006 | 3,35 | 18811896,119537 |
| 2,45 | 208981,288870 | 3,45 | 31015573,274482 |
| 2,55 | 344551,896138 | 3,55 | 51136035,380597 |
| 2,65 | 568070,040022 | 3,65 | 84309069,231265 |
| 2,75 | 936589,158233 | 3,75 | 139002155,754517 |
| 2,85 | 1544174,467085 | 3,85 | 229175810,865644 |
| 2,95 | 2545913,289555 | 3,95 | 377847034,104137 |

Sehingga $\int_2^4 e^{5x}\,dx = 0{,}1[f(x_{0,5}) + f(x_{1,5}) + f(x_{2,5}) + f(x_{3,5}) + f(x_{4,5}) + f(x_{5,5}) + f(x_{6,5}) + f(x_{7,5}) + f(x_{8,5}) + f(x_{9,5}) + f(x_{10,5}) + f(x_{11,5}) + f(x_{12,5}) + f(x_{13,5}) + f(x_{14,5}) + f(x_{15,5}) + f(x_{16,5}) + f(x_{17,5}) + f(x_{18,5}) + f(x_{19,5})]$ = 96.025.240,390873

- Metode Simpson $\frac{1}{3}$ **:**

Dengan menggunakan metode Simpson $\frac{1}{3}$, maka:

$$\int_2^4 \mathbf{e^{5x}\,dx} = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + 4f_5 + 2f_6 + 4f_7 + 2f_8 + 4f_9 + 2f_{10} + 4f_{11} + 2f_{12} + 4f_{13} + 2f_{14} + 4f_{15} + 2f_{16} + 4f_{17} + 2f_{18} + 4f_{19} + f_{20}).$$

Dengan menggunakan data pada tabel 3, maka : $\int_2^4 e^{5x}\,dx = \frac{0{,}1}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + 4f_5 + 2f_6 + 4f_7 + 2f_8 + 4f_9 + 2f_{10} + 4f_{11} + 2f_{12} + 4f_{13} + 2f_{14} + 4f_{15} + 2f_{16} + 4f_{17} + 2f_{18} + 4f_{19} + f_{20}) =$ 97.061.347,258031

Dari 3 metode integral secara numerik tersebut di atas, maka yang hasilnya paling mendekati hasil integral secara analitik adalah metode Simpson $\frac{1}{3}$, dimana pada metode analitik diperoleh bahwa $\int_2^4 e^{5x}\,dx =$ 97.028.633,788799 dan pada metode Simpson $\frac{1}{3}$, didapat bahwa dengan h = 0,2 $\int_2^4 e^{5x}\,dx =$ 97.509.622,255618 dan dengan h = 0,1 $\int_2^4 e^{5x}\,dx =$ 97.061.347,258031.

Untuk soal nomor 2 dan nomor 3 harus diselesaikan secara numerik, dan untuk kesempatan ini hanya akan diselesaikan yang nomor 3 dengan 3 metode integral secara numerik.

**Jawaban nomor 3 :**

Integral numerik dengan 3 metode sebagai berikut:

- Metode Segiempat:

Untuk metode Segiempat, dengan menggunakan data yang diberikan pada tabel 1, maka :

$\int_{0,5}^{1,5} f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_{10}) + 2\sum_{i=1}^{9} f(x_i)\right] = \frac{0{,}1}{2}[0{,}7788 + 2(0{,}6977) + 2(0{,}6126) + 2(0{,}5273) + 2(0{,}4449) + 2(0{,}3679) + 2(0{,}2982) + 2(0{,}2369) + 2(0{,}1845) + 2(0{,}1409) + 0{,}1054\,]$ = 0,05(3.697,537) = 0,395.

- Metode Titik Tengah:

Dari data yang diberikan di tabel 1, tidak bisa dikerjakan dengan metode Titik Tengah, karena data-data dari : $f(x_{0,5}), f(x_{1,5}), f(x_{2,5}), f(x_{3,5}), f(x_{4,5}), f(x_{5,5}), f(x_{6,5}), f(x_{7,5}), f(x_{8,5})$ dan $f(x_{9,5})$ tidak diketahui.

- Metode Simpson $\frac{1}{3}$ **:**

Untuk metode Simpson $\frac{1}{3}$, dengan menggunakan data yang diberikan pada tabel 1, maka :

$\int_{0,5}^{1,5} f(x)dx = \frac{0{,}1}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + 4f_5 + 2f_6 + 4f_7 + 2f_8 + 4f_9 + f_{10}) = \frac{0{,}1}{3}[0{,}7788 + 4(0{,}6977) + 2(0{,}6126) + 4(0{,}5273) + 2(0{,}4449) + 4(0{,}3679) + 2(0{,}2982) + 4(0{,}2369) + 2(0{,}1845) + 4(0{,}1409) + 0{,}1054\,] = \frac{0{,}1}{3}(11{,}8474)$ = 0,395

## 5. KESIMPULAN

Dari analisis dan perhitungan di atas, didapat beberapa kesimpulan:

1. Pada soal yang bisa diselesaikan secara analitik, maka hasil integral dengan metode numerik yang paling mendekati hasil secara analitik adalah Metode Simpson $\frac{1}{3}$.

ISBN 978-602-52386-5-9

2. Untuk soal yang hanya diketahui datanya (berupa fungsi yang ditabulasikan), maka hasil integral dari metode : Segiempat dan Simpson $\frac{1}{3}$ adalah sama.

**DAFTAR PUSTAKA**

Jaan Klusalaas,(2005), “*Numerical methods in engineering with MATLAB’,* Cambridge Univ. Press.

R.H. Sianipar, (2013), “ *Pemrograman MATLAB dalam contoh dan penerapan”,* Penerbit INFORMATIKA Bandung.

Rinaldi Munir, (2013), “ *Metode Numerik “,* Informatika Bandung.

S.R. Otto dan J.P. Denier, (2005), “*An introduction to programming and numerical methods in MATLAB’,* Springer – Verlag.

Steven T.Karris, (2007), “ *Numerical analysis using MATLAB and Excel”,* Orchard Publications, California.

Samuel D.Conte & Carl de Boor, (1992), “ *Dasar-Dasar Analisis Numerik, Suatu Pendekatan Algoritma”,* Penerbit Erlangga.

Won Y.Yang,(2005), “*Applied numerical methods using MATLAB”*, Wiley-Interscience, Canada.